

Prof. Dr. Matthias Brandl

Digitale Interaktive Mathematische Maps (DIMMs)

Vernetzungen und motivierende Unterrichtseinsteige
durch Mathematik(er)geschichte(n)

Zusammenfassung

Im Rahmen einer verzahnenden Lehrveranstaltung zur Mathematik, Mathematikgeschichte und Mathematikdidaktik für Studierende des Lehramts (Sekundarstufe) wird das unterstützende didaktische Tool „Digitale Interaktive Mathematische Map“ (DIMM) verwendet, um die vernetzte historische Entwicklung von mathematischen Wissens-elementen sowie deren inhärenten Zusammenhang deutlich und visuell sichtbar zu machen. Die Studierenden werden in der vorliegenden Einheit nach einer Zusammenfassung vorangegangener Kapitel dazu aufgefordert, mit Hilfe der DIMM für Geometrie einen individuell adressierbaren Arbeitsauftrag zur Gestaltung der Einstiegsphase einer Unterrichtsstunde mittels Elementen narrativer Didaktik zu bearbeiten.

Schlagwörter

Digitale Medien, Blended Learning, Didaktik der Mathematik, Vernetzungen, Geschichte der Mathematik, Digitale Interaktive Mathematische Maps, Narrative Didaktik

1 Idee, Vorüberlegungen und Einordnung in den Kontext

Die Arbeit ist hauptsächlich dem Fachbereich Didaktik der Mathematik zuzuordnen. Dabei geht es aus methodischer und medientechnischer Sicht vor allem um die Anwendung eines digitalen didaktischen Tools¹ („Digitale Interaktive Mathematische Maps“ / DIMMs). In Bezug auf die Inhalte wird dieses momentan für die mathematischen Bereiche Geometrie, Algebra und Analysis in den beiden Sprachversionen Deutsch und Englisch angeboten. In der hier beschriebenen Lehrinheit wird die DIMM für Geometrie verwendet (Abb. 1).

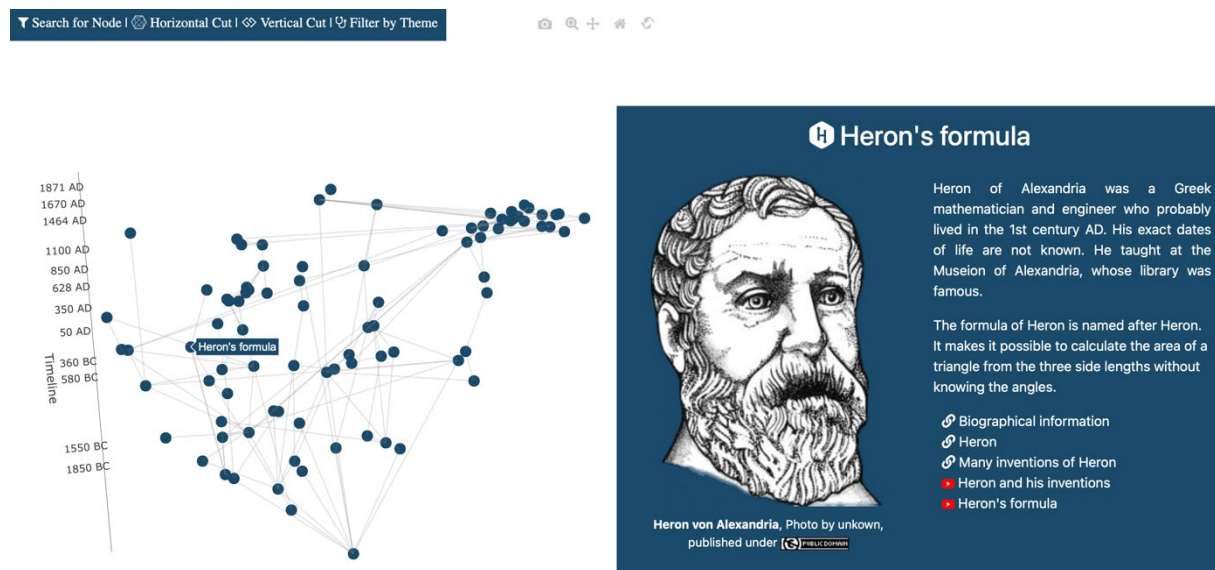


Abb. 1: Screenshot der dreidimensionalen DIMM für „Geometry“ mit exemplarischer Knotenauswahl (Status: 20.03.2023)

Die Inhalte werden im Rahmen des digitalen Tools durch mathematikgeschichtliche Elemente im Kontext ihrer historischen Entwicklung (zeitliche Dimension) sowie in Bezug auf ihre inhaltliche Verwandtschaft dargestellt (Brandl, 2009; Brandl et al., 2023; Datzmann & Brandl, 2019, 2020; Datzmann et al., 2019, 2020; Przybilla et al., 2021, 2022; Schwarz et al., 2017; Vinerean et al., 2023, im Druck). Durch die Anwendung von Elementen einer narrativen Didaktik (Brandl, 2017; Bruner, 1986; Klassen, 2006, 2009; Norris et al, 2005) sollen die in der DIMM zu recherchierenden Inhalte für die inhaltlich motivierende Einstiegsphase in ein schulisches Unterrichtsgeschehen zugänglich gemacht werden.

¹ Die DIMMs sind frei zugänglich unter der Webadresse <https://math-map.fim.uni-passau.de>.

2 Bericht zum Lernmedienprojekt

Im Folgenden werden Zielgruppe und Lernziele, didaktisches Konzept, medientechnische Gestaltung und Praxiserfahrungen² beschrieben sowie ein abschließendes Fazit gezogen.

2.1 Zielgruppe und Lernziele

Die Lehr-Lern-Einheit richtet sich an Lehramtsstudierende im Fach Mathematik (Sekundarstufe) und verfolgt die folgenden Lernziele:

- Die Studierenden rekapitulieren während der Einstiegspräsentation bereits erfahrene Inhalte zu Defragmentierung, Vernetzung, Digitalen Interaktiven Mathematischen Maps (DIMMs), einem vernetzenden Lehr-Lern-Format und zu Elementen einer narrativen Didaktik in einer prägnanten Zusammenfassung.
- Die Studierenden lernen den Arbeitsauftrag und ein authentisches Bearbeitungsbeispiel kennen.
- Die Studierenden können die DIMM für Geometrie verwenden, um einen geeigneten Knoten zur inhaltlichen Nutzung für die Einstiegsphase einer Unterrichtsstunde zu finden.
- Die Studierenden können die in vorangegangenen Einheiten gelernten Aspekte einer narrativen Didaktik anwenden, um die Einstiegsphase einer Unterrichtsstunde in narrativer Form motivierend zu gestalten.

Als Bearbeitungsdauer sind ca. 30 Minuten für die Exposition in Form einer Präsenzeinführung durch die Lehrperson oder digital im Flipped-Classroom-Format mittels vorausgehender selbständiger Auseinandersetzung mit einem im E-Learning-Content-Management-System zur Verfügung gestellten einführenden Video von ca. 29:50 Minuten Dauer vorgesehen. Anschließend sind 60 Minuten für die selbständige Bearbeitung der in der Exposition abschließend formulierten Aufgabenstellung geplant.

² Die Praxiserfahrungen beziehen sich dabei zum Teil auf die Evaluationsergebnisse einer analogen Lehr-Lern-Einheit im Rahmen eines Geometrie-Kurses für Lehramtsstudierende an der Karlstad Universität in Schweden, der im Sommer 2021 stattgefunden hat (vgl. Przybilla et al., 2021, 2022; Vinerean et al., im Druck).

2.2 Didaktisches Konzept³

Didaktische Hauptanliegen der DIMMs sind die Unterstützung von Wissensvernetzung (Brandl & Nordheimer, 2017; Hellmann et al., 2021) und Defragmentierung (Brandl et al., 2023; Datzmann & Brandl, 2020; Datzmann et al., 2019, 2020; Schwartz et al., 2017). Im Hinblick auf diese Ziele werden in der einleitenden Exposition zunächst Kernaspekte der Defragmentierung und Vernetzung rekapituliert. Anschließend wird noch einmal kurz auf die DIMMs und zwei ihrer zentralen Funktionalitäten (Horizontaler Cut & Vertikaler Cut) eingegangen. Vorausgesetzt wird hierbei, dass die Studierenden die DIMM ebenso wie die Aspekte der Defragmentierung und Vernetzung in vorausgegangenen Einheiten bereits ausführlicher kennengelernt bzw. sich damit auseinandergesetzt haben. Des Weiteren wird im Rahmen der Rekapitulation auf die mit dem Einsatz der DIMMs verbundene ganzheitliche Lehr-Lern-Strategie eingegangen. Dabei werden die mathematischen Inhalte, didaktische Methoden, technologische Elemente, geschichtliche Ereignisse und narrative Vorgehensweisen miteinander verwoben, um damit sowohl den logisch-wissenschaftlichen wie auch den narrativen Denkmodus anzusprechen und optimale Lernprozesse zu ermöglichen (vgl. Brandl, 2017; Bruner, 1986). Der narrative Denkmodus adressiert insbesondere auch den emotionalen Bereich und kann mittels einer narrativen Didaktik auch bezüglich motivierender Stundeneinstige gewinnbringend genutzt werden (vgl. *ibid.*). Deswegen werden als letzte Phase der Rekapitulation Kernelemente einer – ebenfalls bereits zuvor kennengelernten – Narrativen Didaktik wiederholt. Nach diesen ca. 20 einleitenden Minuten wird ein Arbeitsauftrag in folgender Weise gestellt: *„Formulieren Sie auf maximal einer Seite einen kurzen, historisch orientierten, narrativen Motivationseinstieg für eine Unterrichtsstunde zu einem selbstgewählten schulischen Thema mit Hilfe von Informationen aus der Digitalen Interaktiven Mathematischen Map für Geometrie.“* Die vorgesehene Arbeitszeit hierfür beträgt 60 Minuten. Zur Motivation und Klärung der Erwartung findet sich im Anschluss an die Aufgabenstellung noch ein authentisches Bearbeitungsbeispiel⁴, das in den ca. 10 verbleibenden Minuten vorgestellt und im Hinblick auf die didaktisch-methodischen Momente besprochen wird.

³ Das hier beschriebene didaktische Konzept bezieht sich auf die potenzielle deutschsprachige Lehrveranstaltung; didaktische Überlegungen zum Einsatz eines analogen Lehr-Lern-Elements im Rahmen der schwedischen Lehrveranstaltung an der Karlstad Universität, Schweden, 2021, finden sich z.B. in Przybilla et al. (2021, 2022) oder Vinerean et al. (im Druck).

⁴ Das Beispiel stammt aus der Bearbeitung einer analogen Aufgabenstellung im Geometrie-Kurs für Lehramtsstudierende an der Karlstad Universität in Schweden, 2021; übersetzt ins Deutsche.

Das mediale Angebot wurde in ähnlicher Form bereits in einer Geometrie-Veranstaltung für Studierende des Lehramts Mathematik an der Universität Karlstad in Schweden eingesetzt und evaluiert (siehe z.B. Przybilla et al., 2021, 2022; Vinerean et al., 2023, im Druck). Als Veränderung ergab sich eine beobachtbare Entwicklung der mathematischen Beliefs der Teilnehmenden hin zu vorteilhaften Vorstellungen von Mathematik als einer dynamischen, sich entwickelnden Wissenschaft (vgl. Felbrich et al., 2008; Vinerean et al., 2023, im Druck).

Die DIMMs können unabhängig von der hier beschriebenen Verwendungsweise in unterschiedlicher methodischer Art als digitales didaktisches Werkzeug eingesetzt werden.

2.3 Medientechnische Gestaltung⁵

Für die Umsetzung des Lernmedienprojektes wurde im Wesentlichen auf zwei verschiedene digitale Lernmedien zurückgegriffen. Einerseits stellen die DIMMs ein zentrales Element dar. Sie werden im Rahmen der einleitenden Exposition von der Lehrperson angesprochen sowie zur Bearbeitung der Aufgabenstellung von den Studierenden eingesetzt. Während die DIMMs im Rahmen der BMBF-Projekte „SKILL“ und „SKILL.de“ entwickelt wurden und inzwischen in einer ersten Version einsetzbar (inkl. Verlinkung zu entsprechenden Inhalten, Internetseiten, Aufgaben, Videos, ...) vorliegen (siehe z.B. Brandl et al., 2023), wurde für die Hinführung zum Thema inklusive der Rekapitulation essentieller Aspekte eine PowerPoint-Präsentation erstellt, die mit Hilfe von Zoom in ein ca. 30-minütiges mp4-Lehrvideo überführt wurde. Die Präsentation bzw. das Lehrvideo können in Präsenz synchron oder im Rahmen eines Flipped-Classroom-Konzepts digital und asynchron bzw. in einer geeigneten didaktisch-methodischen Mischform je nach Einsatz und Situation eingesetzt werden.

2.4 Praxiserfahrungen und Fazit

Im Rahmen der Erstellung des Lehrvideos konnten Kompetenzen im Umgang mit verschiedenen Softwarepaketen (Camtasia, Zoom, OpenShot, usw.) gesammelt, angewendet und vertieft werden. Spezifika der einzelnen Softwarelösungen stellten dabei mitunter gewisse Herausforderungen dar.

Das Lehrkonzept berücksichtigt des Weiteren verschiedene für die digitale Lehre geeignete Formate wie Blended Learning und Flipped Classroom in synchroner und

⁵ Die hier beschriebene medientechnische Gestaltung bezieht sich auf die potenzielle deutschsprachige Lehrveranstaltung; zum vergleichbaren Einsatz im Rahmen der schwedischen Lehrveranstaltung an der Karlstad Universität, Schweden, 2021, wird auf Vinerean et al. (im Druck) verwiesen.

asynchroner Ausprägung, wodurch dahingehende Kompetenzen ebenfalls adressiert wurden.

Den Mehrwert des Konzepts spiegeln u.a. bereits erhaltene Rückmeldungen aus dem analogen Einsatz der DIMMs an der Karlstad Universität in Schweden aus dem Jahr 2021 wider, die eine überwiegend positive Einschätzung der DIMMs aufzeigen; der Wunsch bzw. die Absicht der Studierenden hinsichtlich zukünftiger Verwendung und Einsätze der DIMMs sowohl in universitären Lehrveranstaltungen wie auch im eigenen schulischen Unterricht wurde oft geäußert (siehe Przybilla et al., 2022; Vinerean et al., im Druck).

Literatur

- Brandl, M. (2017). Narrative Didaktik als Vernetzungsinstrument: die Schule von Athen. In T. Borys, M. Brandl, & A. Brinkmann (Hrsg.): *Mathe vernetzt - Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht. Band 6. Schriftenreihe des GDM-Arbeitskreises 'Vernetzungen im Mathematikunterricht'*. Neu konzeptualisierte, aktualisierte und überarbeitete Neuauflage (S. 7-20), MUED.
- Brandl, M. (2009). The vibrating string – an initial problem for modern mathematics; historical and didactical aspects. In I. Witzke (Ed.), *Mathematical Practice and Development throughout History: Proceedings of the 18th Novembertagung on the History, Philosophy and Didactics of Mathematics*. Logos Verlag, 95–114.
- Brandl, M. & Nordheimer, S. (2017). 'Verstehens-Shift' durch Vernetzung – exemplarische Darstellung anhand von Beispielen aus der Stochastik. In M. Brandl, A. Brinkmann, M. Bürker & J. Maaß (Hrsg.), *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht. Band 4.* (pp. 9–21) Schriftenreihe des GDM-Arbeitskreises 'Vernetzungen im Mathematikunterricht' (A. Brinkmann, Ed.). Verlag Bücherbunt im MUED e.V..
- Brandl, M., Kaiser, T., Przybilla, J., & Hackstein, U. (2023). Digitale Interaktive Mathematische Maps. In B. Lukács, B. Heurich & M. Dick (Hrsg.), *Innovative Lehrer:innenbildung, digitally enhanced. Multimodale Impulse aus dem SKILL.de Projekt* (VI. Forschungsorientierter Zugang zu digitalen Lehr-/Lernprodukten und zur Lehre, 26). Pressbooks OER. <https://oer.pressbooks.pub/skilldeopenbook/chapter/entwicklung-von-digitalen-mathematischen-apps-mithilfe-von-design-based-research-methoden/>
- Bruner, J. (1986): *Actual Minds, Possible Worlds*. Harvard University Press. <https://archive.org/details/actualmindspossi00jero>
- Datzmann, A., & Brandl, M. (2020). Vernetzung von Schul- und Hochschulgeometrie in der gymnasialen Lehramtsausbildung. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019*. WTM-Verlag, S. 173 – 176. <http://doi.org/10.17877/DE290R-20786>
- Datzmann, A., & Brandl, M. (2019). Evaluation of a connecting teaching format in teacher education. In: U. T. Jankvist et al. (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 11, February 06–10, 2019)* (2462–2463). Utrecht University and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02422599>

- Datzmann, A., Brandl, M., & Kaiser, T. (2019). Vernetzendes Lehren und Lernen in Mathematik. In D. Götze (Hrsg.), *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, Juli 2019, Band 107, GDM, 52 – 56. <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php?journal=mgdm&page=article&op=view&path%5B%5D=889&path%5B%5D=902>
- Datzmann, A., Przybilla, J., Brandl, M., & Kaiser, T. (2020). New Teaching Techniques aiming to connect School and University Mathematics in Geometry. In A. Donevska-Todorova, et al. (Eds.): *Mathematics Education in the Digital Age (MEDA) Proceedings 2020* (pp. 37–44), Sep 2020, Linz, Austria. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02932218/document>
- Felbrich, A., Müller, C., & Blömeke, S. (2008). Epistemological Beliefs Concerning the Nature of Mathematics among Teacher Educators and Teacher Education Students in Mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 40, 763–776. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0153-5>
- Hellmann, K., Ziepprecht, K., Baum, M., Glowinski, I., Grospietsch, F., Heinz, T., Masanek, N., & Wehner, A. (2021). Kohärenz, Verzahnung und Vernetzung - Ein Angebots-Nutzungs-Modell für die hochschulische Lehrkräftebildung. *Lehrerbildung auf dem Prüfstand*, 2, 311–332.
- Klassen, S. (2009). The Construction and Analysis of a Science Story: A Proposed Methodology. *Science & Education*, 18, 401–423. <https://doi.org/10.1007/s11191-008-9141-y>
- Klassen, S. (2006). A theoretical framework for contextual science teaching. *Interchange*, 37, 1–2, 31–61. <https://doi.org/10.1007/s10780-006-8399-8>
- Norris, S., Guilbert, M., Smith, M., Shahram, H. & Phillips, L. (2005). A theoretical framework for narrative explanation in science. *Science Education*, 89, 4, 535–554. <https://doi.org/10.1002/sce.20063>
- Przybilla, J., Brandl, M., Vinerean, M., & Liljekvist, Y. (2022). Digital mathematical maps – results from iterative research cycles. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti. (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp.1-8). Free University of Bozen-Bolzano and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03754749/>
- Przybilla, J., Brandl, M., Vinerean, M., & Liljekvist, Y. (2021). Interactive Mathematical Maps – A contextualized way of meaningful Learning. In G. A. Nortvedt et al. (Eds.), *Bringing Nordic mathematics education into the future. Proceedings of NORMA 20. The ninth Nordic Conference on Mathematics Education. Oslo, 2021* (pp. 209–216). SMDf. <https://www.uv.uio.no/ils/english/about/events/2021/norma/proceedings/>

- Schwarz, A-M., Brandl, M., Kaiser, T., Datzmann, A. (2017). Interactive mathematical maps for de-fragmentation. In Dooley, T., Gueudet, G. (Eds.). (2017). Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1-5, 2017). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME, 2292–2293. <https://hal.archives-ouvertes.fr/CERME10-TWG14/hal-01941304v1>
- Vinerean, M., Brandl, M., & Liljekvist, Y. (2023). Promoting favourable beliefs of prospective math teachers concerning the nature of mathematics by using Interactive Mathematical Maps. In M. Trigueros, B. Barquero, R. Hochmuth & J. Peters (Eds.), *Proceedings of the Fourth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2022, 19-22 October 2022)* (pp. 574–575), Hannover, University of Hannover and INDRUM. https://hal.science/INDRUM2022/public/INDRUM2022_Proceedings.pdf
- Vinerean, M., Liljekvist, Y., Brandl, M., & Przybilla, J. (im Druck). Didactical usefulness of Interactive Mathematical Maps-Designing activities supporting student teachers’ learning“ In M. Misfeldt, U. T. Jankvist, E. Geraniou, I. H. Hojsted, A. L. Tamborg, R. J. E. Coopman & B. E. Jessen (Eds.), *Nordic Studies in Mathematics Education – Nordisk Matematikdidaktikk, NOMAD – Thematic Issue Digital resources in mathematics education*.